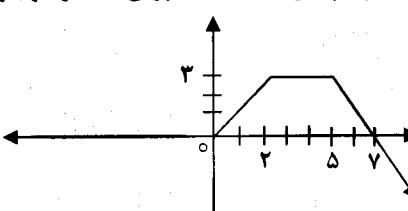
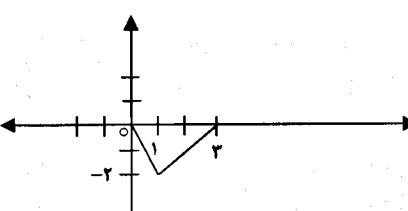


با سمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰			سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱			مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	نمره	سؤالات
۱	۰/۷۵	۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حداقل تعداد شیشه ها را بباید؟ (گنجایش شیشه ها را بر حسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید).
۲	۰/۷۵	در دنباله‌ی هندسی نا متناهی زیر، مجموع تمام جملات را بباید. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$
۳	۱	معادله‌ی $\sqrt{1-x} - 1 = x^2 - 2x$ را با روش هندسی حل کنید.
۴	۲/۲۵	جاهای خالی را با عبارات ریاضی مناسب پر کنید: الف) مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ ..... برابر است با ..... . ب) اگر $1 \leq x$ باشد، ضابطه‌ی تابع $y =  x-3  +  x-1 $ ..... بدون استفاده از قدر مطلق برابر است با ..... . ج) تابع زیر در بازه‌ی ..... صعودی اکید و در بازه‌ی ..... نزولی اکید و در بازه‌ی ..... ثابت است.  د) اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $cx^2 + bx + a = 0$ برابرند با ..... و ..... .
۵	۱/۲۵	در زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y = f(x-3)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y = -2f(x-3)$ را رسم کنید. 
۶	۱	اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g = \{(0, 4), (3, 2), (5, 6)\}$ دوتابع باشند: الف) تابع $fog$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم

با اسمه تعالی

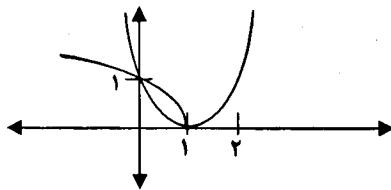
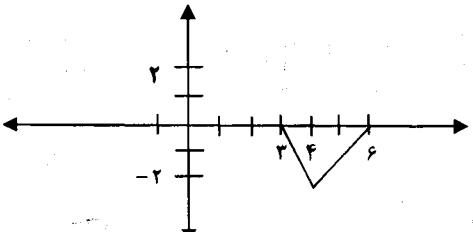
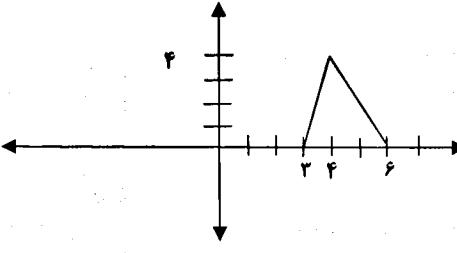
ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۷	ثابت کنید تابع $f(x) = (x-2)^x$ ، $x \geq 2$ وارون پذیر است سپس ضابطه ای وارون آن را بنویسید.	۱
۸	سینوس زاویه $\frac{2\pi}{5}$ را حساب کنید.	۱
۹	کلیه ای جواب های معادله $2\cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	مقدار $(\tan^{-1} \frac{3}{4}) \cos$ را حساب کنید.	۰/۷۵
۱۱	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید:	۲/۲۵
	(الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 16}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x])$ (ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$	
۱۲	مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته شود.	۱
	$f(x) = \begin{cases} a -  x-1  & x \geq 1 \\ \frac{x^r - 1}{x - 1} & x < 1 \end{cases}$	
۱۳	نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی راست $x=2$ تعریف شده باشد ولی در هیچ همسایگی چپ $x=2$ تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.	۰/۷۵
۱۴	معادله ای خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 2x$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست)	۲/۷۵
	(الف) $y = (x^r + \frac{1}{x})$ (ب) $y = 3(2x-5)^4 + \sqrt[3]{x}$ (ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{1+x^2}$	
۱۶	آیا تابع $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در صفر مشتق پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید)	۱
	«موفق باشید»	۲۰

با اسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\begin{aligned} ۱۴۴ &= ۳^۴ \times ۴^۴ \\ ۴۵ &= ۳^۳ \times ۵ \\ ۶۳ &= ۳^۲ \times ۷ \end{aligned} \Rightarrow ۳^۲ = ب.م.م (۰/۵) \quad \text{تعداد شیشہ ها} = ۴^۴ + ۵ + ۷ = ۲۸ \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۲	$a = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \quad (۰/۵) \quad \text{مجموع تمام جملات} = \frac{1}{2} (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۳	$f(x) = \sqrt{1-x}, \quad g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$  $(۰/۵) \quad A(0, 1) \quad B(1, 0) \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۴	$\text{الف) مجموعه جواب} = \left\{ 4, \frac{3}{2} \right\} \quad (۰/۵)$ $\text{ب) } y = 4 - 2x \quad (۰/۵)$ $\text{ج) صعودی اکید} \quad [0, 2] \quad (۰/۲۵) \quad \text{نولی اکید} \quad [5, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ $\text{د) } \frac{1}{\alpha} \quad (۰/۲۵), \quad \frac{1}{\beta} \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۵	 $y = f(x-3) \quad (۰/۵)$  $y = -2f(x-3) \quad (۰/۷۵)$	۱/۲۵

ادامه در صفحه ی دوم

با اسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$fog = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\} \quad (0/5)$ ب) $D_f = \{3, 5\} \quad (0/5)$	۱
۷	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2 \Rightarrow (x_1 - 2) = (x_2 - 2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25)$ $y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x \quad (0/25)$ $x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2 \quad (0/25)$	۱
۸	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ \quad (0/25) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ \quad (0/25) \Rightarrow$ $2\sin^2 22.5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 22.5^\circ = \frac{1 - \sqrt{2}}{4} \quad (0/25) \Rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	۱
۹	$\cos x = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} 2\cos x - 1 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۱/۲۵
۱۰	$\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \quad (0/25) \quad \cos\left(\tan^{-1}\frac{3}{4}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad (0/5)$	۰/۷۵
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{(x-4)(x+4)} \times \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} \quad (\cdot/25) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{(x-4)(x+4)\sqrt{x+2}} \quad (\cdot/25) \quad \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{32} \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x]) = 3 - 3 = 0 \quad (0/5)$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad (0/5)$	۲/۲۵

ادامه در صفحه‌ی سوم

با اسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصویب سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصویب	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی : $\lim_{x \rightarrow x_0^+} (a -  x - 1 ) = a \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)} = 3 \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} \text{حد راست: } \\ \text{حد چپ: } \end{array} \right\} \rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۳	رسم نمودار با شرط‌های خواسته شده (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۴	$f(1) = 3(1)^3 - 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$ $y' = 6x^2 - 1 \quad (۰/۲۵)$ $m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{5} \quad (۰/۲۵)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{5}(x - 1) \quad (۰/۵)$	۱/۲۵
۱۵	$y' = 3x^2 - \frac{1}{x^4}$ (الف) $y' = 3 \times 4 \times 2x \left(\sqrt[4]{x} - 5\right)^3 + \frac{1}{\sqrt[4]{x^2}}$ (ب) $y' = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}} \cos \sqrt{x}\right)\left(1+x^2\right) - \left(\sqrt{x}\right)\left(\sin \sqrt{x}\right)}{\left(1+x^2\right)^2}$ (ج)	۲/۷۵
۱۶	خیر (۰/۲۵) وجود ندارد $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به راه حل‌های صحیح غیر از راهنمای تصویب به تناسب بارم را تقسیم کنید.