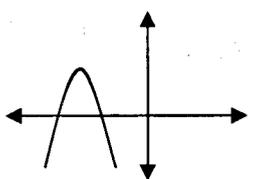


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	$p(x)$ یک چند جمله‌ای درجه ۲ است و ضریب بزرگترین توان آن ۱ است. $p(x)$ را به گونه‌ای تعیین کنید که در شرایط رو به رو صدق کند. $p(1)=1, p(2)=3$	۱
۲	در شکل زیر سهمی به معادله $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب a و b و c و تعداد جواب‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید. 	۱
۳	نامعادله $ x + x-1 \leq 3$ را با روش هندسی حل کنید.	۱/۵
۴	جاهای خالی را با عبارات ریاضی مناسب پر کنید. الف) مجموعه جواب معادله $x + \sqrt{x} = 6$ برابر است با ب) وارون تابع $y = \frac{2x+1}{x-3}$ برابر است با تابع	۱
۵	آیا دو تابع زیر با هم مساویند؟ چرا؟ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & x \neq 5 \\ 6 & x = 5 \end{cases}$ و $g(x) = x + 5$	۰/۷۵
۶	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم نموده سپس با استفاده از آن نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.	۱
۷	الف) مقدار $(f-g)(4)$ را به دست آورید. ب) دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را بیابید. اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-3}$ دو تابع باشند:	۱/۷۵
	« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »	

باسمه تعالی

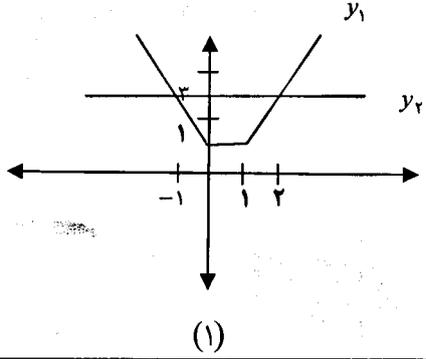
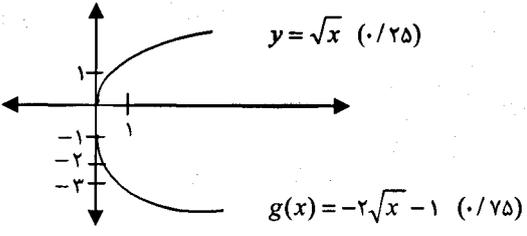
سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸	تعداد صفحه: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	درستی اتحاد زیر را ثابت کنید. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$	۱
۹	کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	مقدار $\sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ را حساب کنید.	۰/۷۵
۱۱	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{3x^2}$	۲
۱۲	حد تابع $y = \frac{1}{[x]-3}$ را در $x = 3$ در صورت وجود، بیابید.	۱
۱۳	پیوستگی تابع زیر را در $x = -1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \geq -1 \\ \frac{1}{x} & x < -1 \end{cases}$	۱
۱۴	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست) الف) $y = x(x^5 + 1)$ ب) $y = \sin^3 x$ ج) $y = \sqrt{x} + \cos^{-1} x$	۲/۲۵
۱۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌های چپ و راست تابع زیر را در $x = 2$ ، در صورت وجود بیابید. $f(x) = x - 2 $	۱/۵
۱۶	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{x}{x-2}$ را در نقطه‌ی $A(3, 3)$ به دست آورید.	۱/۲۵
	جمع	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$p(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 1 + b + c = 1 \\ p(2) = 4 + 2b + c = 3 \end{cases} \xrightarrow{(\cdot/25)} \begin{cases} b + c = 0 \\ 2b + c = -1 \end{cases} \rightarrow$ $b = -1 (\cdot/25), c = 1 (\cdot/25) \rightarrow p(x) = x^2 - x + 1 (\cdot/25)$	۱
۱	$a < 0 (\cdot/25) \quad b < 0 (\cdot/25) \quad c < 0 (\cdot/25)$ نمودار محور طول ها را در دو نقطه قطع می کند در نتیجه معادله دو جواب دارد. $(\cdot/25)$	۲
۱/۵	$y_1 = x + x-1 \quad y_2 = 3$  از برخورد نمودار دو تابع y_1 و y_2 جواب های $x = -1$ و $x = 2$ به دست می آیند. پس مجموعه ی جواب برابر است با $[-1, 2] (\cdot/5)$	۳
۱	$y = \frac{3x+1}{x-2} (\cdot/5) \quad \text{ب} \quad \text{الف} (\cdot/5) = \{4\} = \text{مجموعه جواب}$	۴
۰/۷۵	$\begin{cases} f(5) = 6 \\ g(5) = 10 \end{cases} (\cdot/5)$ دو تابع مساوی نیستند. $(\cdot/25)$	۵
۱	 $y = \sqrt{x} (\cdot/25)$ $g(x) = -2\sqrt{x} - 1 (\cdot/75)$	۶

ادامه در صفحه ی دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	<p>الف) $3(f(4) - g(4)) = 3\left(\frac{1}{3} - 1\right) = -2 \quad (./25)$</p> <p>ب) $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{1\} \\ D_g = [3, +\infty) \end{cases} \quad (./25)$</p> <p>$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (./25) \rightarrow$</p> <p>$D_{f \circ g} = \{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} = \{x \in [3, +\infty) \mid x \neq 4\} = [3, 4) \cup (4, +\infty) \quad (./25)$</p>	۱/۲۵
---	--	------

۸	<p>$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) =$</p> <p>$\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x) = \sin x + \cos x \quad (./25)$</p>	۱
---	---	---

۹	<p>$2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (./25) \rightarrow$</p> <p>$\cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0 \quad (./25) \rightarrow$</p> <p>$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./25) \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (./25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \quad (./25) \end{cases} \end{cases}$</p>	۱/۲۵
---	---	------

۱۰	<p>$\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad (./25) \rightarrow \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right) = \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} \quad (./5)$</p>	۰/۲۵
----	--	------

۱۱	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)(x+1)} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \quad (./25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times \sin x \times \sin x}{3 \times x \times x} = \frac{2}{3} \quad (./25)$</p>	۲
----	--	---

ادامه در صفحه ی سوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	برای تابع $y = \frac{1}{[x]-3}$ که نسبت به ۳ فقط در یک همسایگی چپ ۳ تعریف شده است (۰/۲۵) داریم:	
۱	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{[x]-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x]-3} = \frac{1}{-1} = -1 \quad (۰/۲۵)$	
۱۳	تابع در $x = -1$ پیوسته است $(۰/۲۵)$	$\left. \begin{array}{l} \text{مقدار تابع: } f(-1) = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2) = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x} = -1 \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \rightarrow (۰/۲۵)$
۱۴	الف) $y' = 1 \times (x^5 + 1) + (\Delta x^4) \times x$ (۰/۲۵) (۰/۵) ب) $y' = 3 \times \cos x \times \sin^2 x$ (۰/۵) ج) $y' = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ (۰/۵) (۰/۵)	
۱۵	مشتق چپ: $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x-2 -0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵)$ مشتق راست: $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 -0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵)$	
۱۶	$y' = \frac{(x-2)-x}{(x-2)^2} \quad (۰/۵) \Rightarrow m = f'(3) = \frac{-2}{1} = -2 \quad (۰/۲۵)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \quad (۰/۲۵) \rightarrow y - 3 = -2(x - 3) \rightarrow y = -2x + 9 \quad (۰/۲۵)$	

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح به تناسب بارم را

تقسیم کنید .

با تشکر طراحان